Scenariusz lekcji
Ozobot w klasie: Prezentacja liczb trójkątnych i kwadratowych

Opracowanie scenariusza: Richard Born

Adaptacja scenariusza na język polski: mgr Piotr Szlagor

Tematyka: Matematyka, Informatyka, Liczby trójkątne, Liczby kwadratowe, Rozpoznawanie zależności, Rekurencja, Dowody, Algorytm.

Grupa wiekowa: Gimnazjum

Czas trwania: 45 minut

Punkty podstawy programowej:

INFORMATYKA - III etap edukacyjny
Treści nauczania - wymagania szczegółowe
5. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, stosowanie podejścia algorytmicznego. Uczeń:

1. *wyjaśnia pojęcie algorytmu, podaje odpowiednie przykłady algorytmów rozwiązywania różnych problemów;*
2. *formułuje ścisły opis prostej sytuacji problemowej, analizuje ją i przedstawia rozwiązanie w postaci algorytmicznej;*
3. *stosuje arkusz kalkulacyjny do rozwiązywania prostych problemów algorytmicznych;*
4. *opisuje sposób znajdowania wybranego elementu w zbiorze nieuporządkowanym i uporządkowanym, opisuje algorytm porządkowania zbioru elementów;*
5. *wykonuje wybrane algorytmy za pomocą komputera.*

6. Wykorzystywanie komputera oraz programów i gier edukacyjnych do poszerzania wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin. Uczeń:

1. *wykorzystuje programy komputerowe, w tym edukacyjne, wspomagające i wzbogacające naukę różnych przedmiotów;*
2. *wykorzystuje programy komputerowe, np. arkusz, kalkulacyjny, do analizy wyników eksperymentów, programy specjalnego przeznaczenia, programy edukacyjne;*
3. *posługuje się programami komputerowymi, służącymi do tworzenia modeli zjawisk i ich symulacji, takich jak zjawiska: fizyczne, chemiczne, biologiczne, korzysta z internetowych map;*

Przed przystąpieniem do pracy:

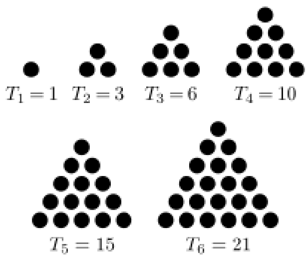
- Naładuj w pełni swojego Ozobota,
- Ustaw maksymalną jasność ekranu, by robocik nie miał problemów z pobraniem programu ze strony *ozoblockly.com*,
- Skalibruj Ozobota do swojego ekranu.

Wstęp

Większość matematyków określa matematykę jako *naukę o zależnościach*. Te zależności mogą występować w wielu miejscach np. w liczeniu, rozumowaniu, kształtach, czy choćby ruchu. Jeśli jesteś nauczycielem informatyki lub matematyki – na pewno słyszałeś o liczbach trójkątnych i kwadratowych. Praca z tymi dwoma ciągami przybliży uczniów do zrozumienia, że matematyka to faktycznie *nauka o zależnościach*. W tym projekcie, Ozobot Bit zostaje użyty do wizualizacji tych ciągów, pozwalając uczniom na lepsze zrozumienie podstaw leżących u liczb trójkątnych i kwadratowych.

Liczby trójkątne

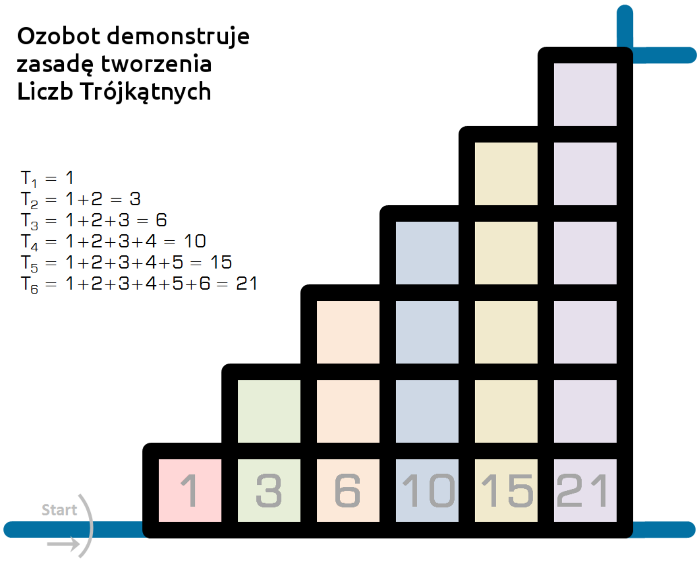
Liczby trójkątne mówią nam ile jednakowych obiektów (np. czarnych kółek) będziemy potrzebowali, żeby ułożyć z nich trójkąt równoboczny (Rysunek 1). Omawiając liczby trójkątne, warto pokazać uczniom Rysunek 1 oraz Rysunek 2 - małą wersją mapy dla Ozobota, którą uczniowie będą używać do badania tych liczb. Większa wersja znajduje się na następnej stronie i można ją użyć wraz z programem *TriangularNumbers.ozocode*, załadowanym do Ozobota.



Rysunek 1: Przedstawienie graficzne liczb trójkątnych

Edu-Sense Sp. z o.o. | Lubelski Park Naukowo-Technologiczny | ul. Dobrzańskiego 3 | 20-262 Lublin | www.edu-sense.com

Gdy Ozobot zostanie umieszczony na pozycji oznaczonej napisem „Start”, zgodnie z kierunkiem wyznaczonym przez strzałkę, należy go uruchomić, poprzez podwójne wciśnięcie guzika startowego. Zaświeci wówczas raz na biało, wskazując, że za chwilę pokaże T_1. Światełko zmieni kolor na czerwony, a Ozobot przemierzy drogę dookoła kwadratu z numerem 1. Robocik za chwilę powróci na pozycję startową, a następnie pokaże podwójnym błyśnięciem białego światła, że jest gotowy do pokazania T_2. Światło Ozobota zmieni kolor na zielony, a on sam przejedzie



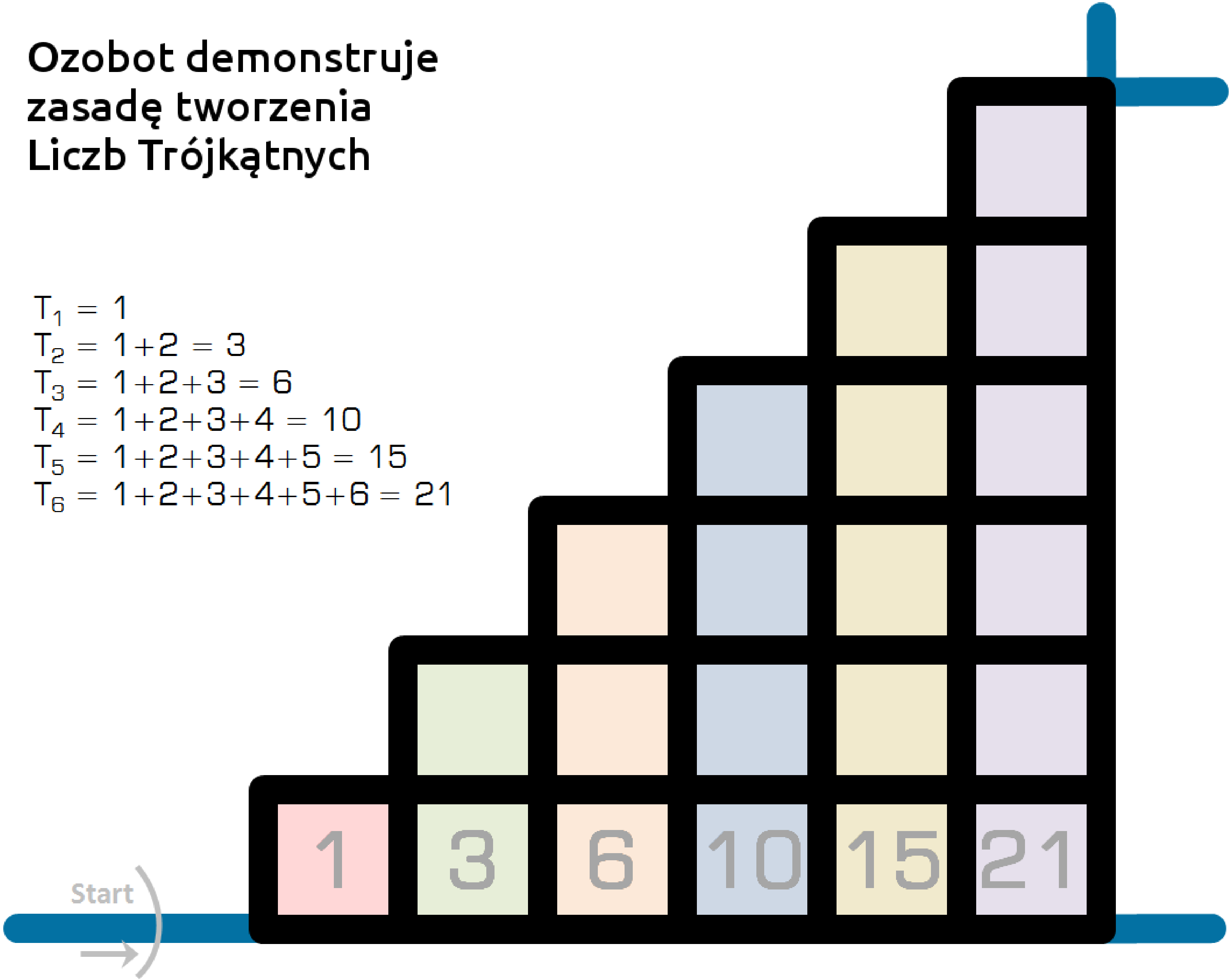
Rysunek 2

dookoła trójkąta stworzonego przez liczby 1 i 3. Cała ta procedura będzie się powtarzała aż Ozobot pokaże wszystkie liczby trójkątne od T_1 do T_6, a potem wszystko zacznie się od nowa i będzie trwało do wyczerpania baterii lub wyłączenia Ozobota. Podczas swojej podróży, robocik będzie zmieniał kolor na jaki świeci w zależności od trójkąta, po którym podróżuje.

Edu-Sense Sp. z o.o. | Lubelski Park Naukowo-Technologiczny | ul. Dobrzańskiego 3 | 20-262 Lublin | www.edu-sense.com

Ozobot demonstruje zasadę tworzenia Liczb Trójkątnych

$T_1 = 1$
$T_2 = 1+2 = 3$
$T_3 = 1+2+3 = 6$
$T_4 = 1+2+3+4 = 10$
$T_5 = 1+2+3+4+5 = 15$
$T_6 = 1+2+3+4+5+6 = 21$



Ćwiczenie 1: Obserwując ruchy Ozobota i analizując równania dla T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 i T_6, widoczne na mapie, zapytaj swoich uczniów, czym tak naprawdę jest T_n. [Odpowiedź: T_n to nic innego jak suma pierwszych n-liczb naturalnych.]

Ćwiczenie 2: Poproś uczniów o zapisanie dla T_7 – kolejnej wartości naszego ciągu. [Jeśli uczniowie dobrze rozumieją ten ciąg, powinni zauważyć, że $T_7 = T_6+7=21+7=28$.] Ozobot pokazywał rekurencyjnie, że $T_n = T_{n-1}+n$.

Ćwiczenie 3: Teraz sprawdź, czy uczniowie są w stanie sami dojść do wzoru pozwalającego obliczyć dowolne T_n. By naprowadzić ich na dobre rozwiązanie możesz dwukrotnie zapisać sumę dla T7 w taki sposób, by liczby raz sumowały się rosnąco, a raz malejąco:

$$\begin{array}{c} 1+2+3+4+5+6+7 \\ 7+6+5+4+3+2+1 \\ \hline 8+8+8+8+8+8+8 \end{array}$$

Łączna suma obu rzędów to 56. Jest dwukrotnie większa od sumy, którą wyliczyliśmy w Ćwiczeniu 2. Stało się tak, gdyż dodaliśmy wszystkie liczby dwa razy. Musimy więc liczbę 56 podzielić przez 2, by dostać 28. Można więc zapisać, że $T_7=\frac{7*8}{2}$. Możemy teraz zapisać wzór dla T_n:

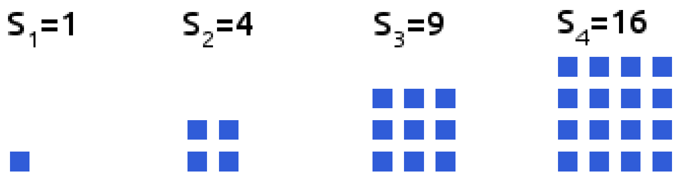
$$T_n=\frac{n(n+1)}{2}$$

Ćwiczenie 4: Istnieje pewna historia o Carlu Friedrichu Gaussie – słynnym niemieckim matematyku, żyjącym około roku 1800. Pewnego razu klasa, do której uczęszczał została poproszona przez nauczyciela o dodanie wszystkich liczb o 1 do 100. Nauczyciel chciał, żeby byli zajęci czymś przez chwilę. Gauss przyszedł z poprawnie wykonanym zadaniem już po krótkiej chwili, korzystając ze sposobu, który poznaliśmy w Ćwiczeniu 3. Jaką odpowiedź podał nauczycielowi? [Odpowiedź: (100*101)/2 = 5 050].

Ćwiczenie 5: W pełni połączona sieć komputerowa, złożona z *n* komputerów jest wtedy, gdy każde urządzenie jest połączone kablem z każdym innym urządzeniem w sieci. Poprzez analizę sieci złożonych z 2, 3, 4, 5 i 6 komputerów sprawdź, czy uczniowie zauważą, że liczba połączeń może być wyrażona poprzez liczbę trójkątną. [Liczba połączeń kablowych to tak naprawdę T_{n-1}] Z identycznym problemem spotykamy się pytając, ile przywitań będzie w sali, w której każdy gość przywitał się z każdym.

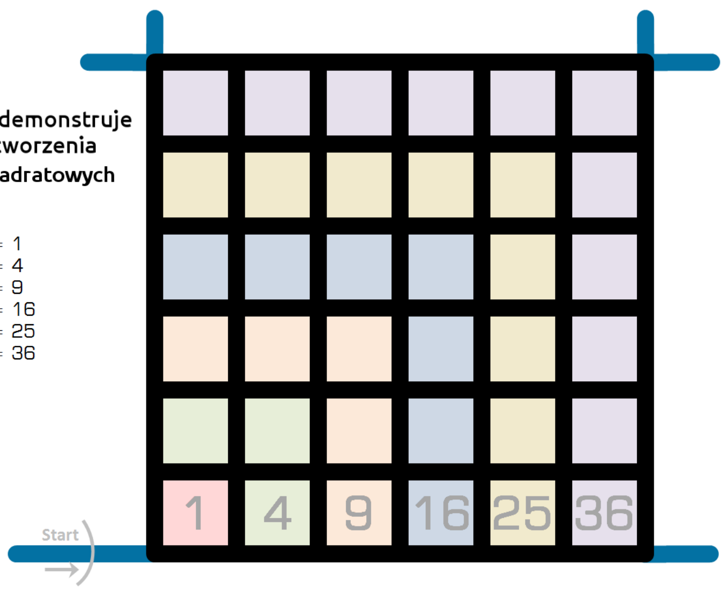
Liczby kwadratowe

Jeśli pomnożymy przez siebie liczbę naturalną to mówimy, że powstały wynik jest kwadratem tej liczby naturalnej. Przykładowo, mnożąc przez siebie liczbę 2 dostajemy 4. Mówimy więc, że 4 jest kwadratem liczby dwa. Liczby kwadratowe mówią nam ile jednakowych obiektów (np. niebieskich kwadratów) będziemy potrzebowali, żeby ułożyć z nich kwadrat (Rysunek 3). Omawiając liczby kwadratowe, warto pokazać uczniom Rysunek 3 oraz Rysunek 4 - małą wersją mapy dla Ozobota, którą uczniowie będą używać do badania liczb kwadratowych. Większa wersja znajduje się na następnej stronie i można ją użyć wraz z programem *SquareNumbers.ozocode*, załadowanym do Ozobota.



Rysunek 3: Przedstawienie graficzne liczb kwadratowych

Gdy Ozobot zostanie umieszczony na pozycji oznaczonej napisem „Start”, zgodnie



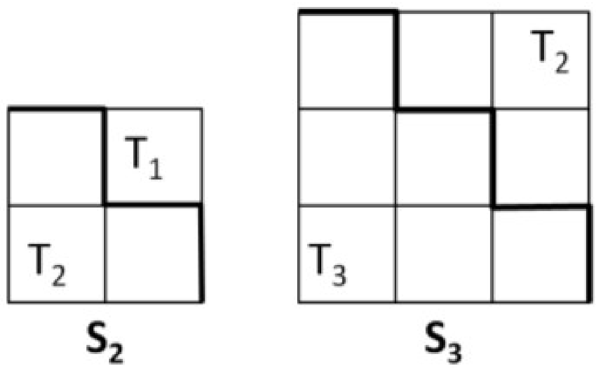
Rysunek 4

z kierunkiem wyznaczonym przez strzałkę, należy go uruchomić, poprzez podwójne wciśnięcie guzika startowego. Zaświeci wówczas raz na biało, wskazując, że za chwilę pokaże S_1. Światełko zmieni kolor na czerwony, a Ozobot przemierzy drogę dookoła kwadratu z numerem 1. Robocik za chwilę powróci na pozycję startową, a następnie pokaże podwójnym błyśnięciem białego światła, że jest gotowy do pokazania S_2. Światło Ozobota zmieni kolor na zielony, a on sam przejedzie dookoła kwadratu stworzonego przez liczby 1 i 3. Cała ta procedura będzie się powtarzała aż Ozobot pokaże wszystkie liczby kwadratowe od S_1 do S_6. Potem wszystko zacznie się od nowa i będzie trwało do wyczerpania baterii lub wyłączenia Ozobota. Podczas swojej podróży, robocik będzie zmieniał kolor na jaki świeci w zależności od trójkąta, po którym podróżuje.

Ćwiczenie 6: Pomóż uczniom dojść do rekurencyjnego związku pozwalającego na zapisanie wzoru $S_n = S_{n-1} + (2n-1)$, studiując zachowanie Ozobota oraz fakt, iż:

$S_2=S_1+3$ (dodanie trzech kwadratów)
$S_3=S_2+5$ (dodanie pięciu kwadratów)
$S_4=S_3+7$ (dodanie siedmiu kwadratów)
itd.

Ćwiczenie 7: Naprowadź uczniów na zaobserwowanie zależności mówiącej o tym, że *każda liczba kwadratowa jest sumą dwóch kolejnych liczb trójkątnych*. Rysunek 3. pokazuje jak $S_2=T_2+T_1$ oraz $S_3=T_3+T_2$. Uczniowie powinni zauważyć, że $S_n=T_n+T_{n-1}$.



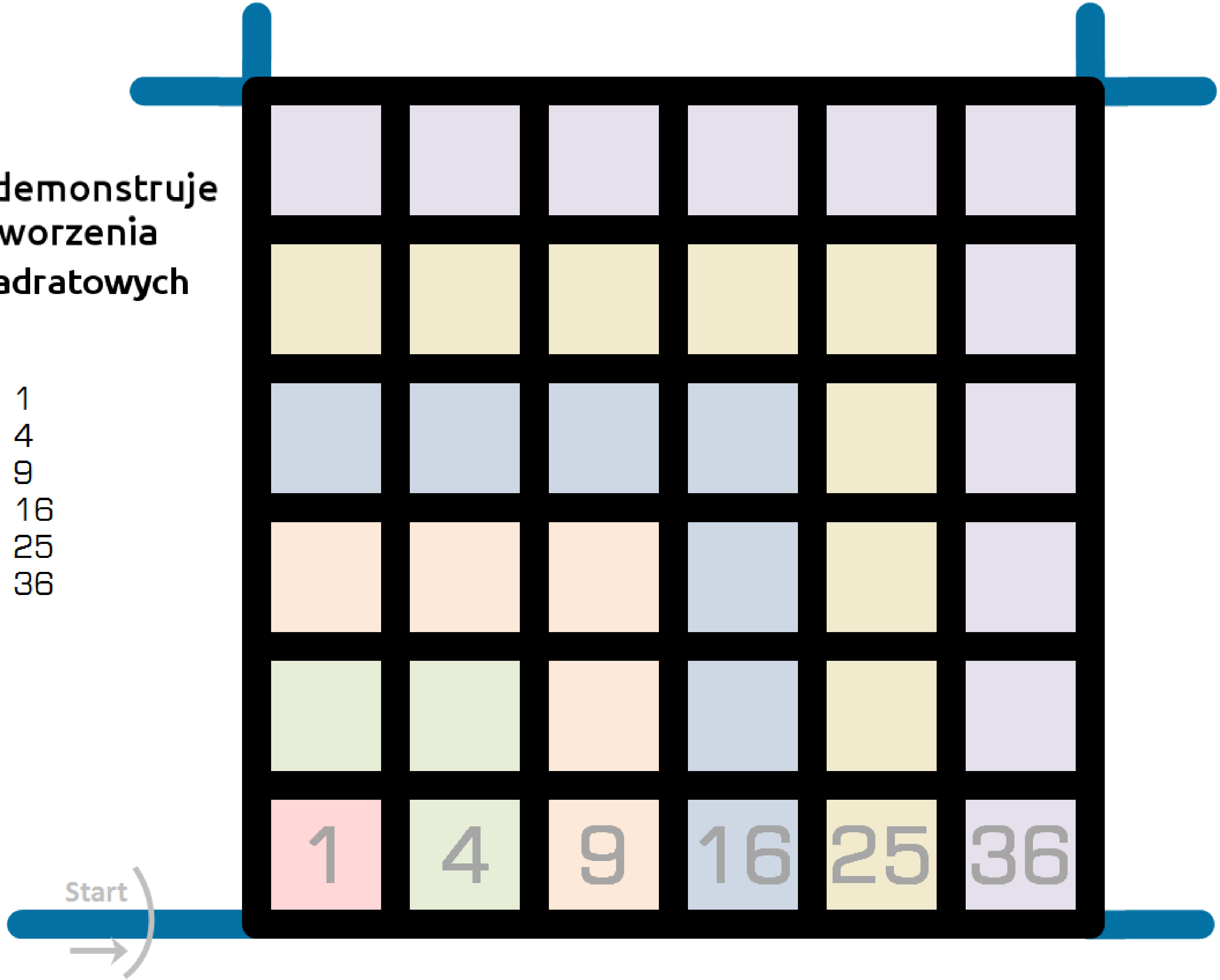
Rysunek 5

Ćwiczenie 8: Zadaj uczniom, by udowodnili iż *kwadraty liczb parzystych są liczbami parzystymi*, a nawet, że są liczbami podzielnymi przez 4. [Liczby parzyste można zapisać jako 2n, gdzie n jest dowolną liczbą naturalną. Podnosząc do kwadratu taką liczbę otrzymamy $(2n)^2=4n$, która jest liczbą parzystą, a nawet podzielną przez 4. Zauważmy, że Ozobot pokazywał, że S_2, S_4, S_6 były liczbami parzystymi i podzielnymi przez 4.]

Ćwiczenie 9: Zadaj uczniom, by udowodnili iż *kwadraty liczb nieparzystych są liczbami nieparzystymi*. [Liczby nieparzyste można zapisać jako 2n+1, gdzie n jest dowolną liczbą naturalną. Podnosząc do kwadratu taką liczbę otrzymamy $(2n+1)^2=2(2n^2+2n)+1$, która jest liczbą nieparzystą, gdyż ma postać 2k+1. Zauważmy, że Ozobot pokazywał, że S_1, $S_{3,}$ S_5 były liczbami nieparzystymi.]

Ozobot demonstruje zasadę tworzenia Liczb Kwadratowych

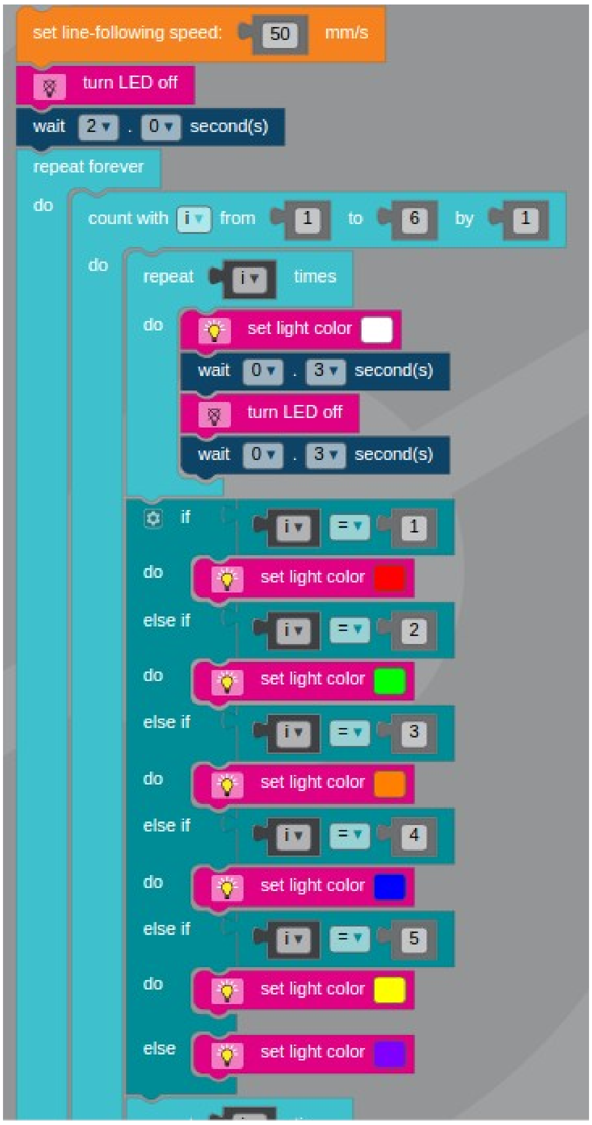
$S_1 = 1^2 = 1$
$S_2 = 2^2 = 4$
$S_3 = 3^2 = 9$
$S_4 = 4^2 = 16$
$S_5 = 5^2 = 25$
$S_6 = 6^2 = 36$



Krótko o kodzie

Kod obydwu programów działa w bardzo podobny sposób. Jego głównym zadaniem jest „objazd” Ozobota dookoła trójkątów lub kwadratów. Każda z tych tras jest opisana tak naprawdę jedną dużą pętla, w której, po każdym przejściu, zwiększamy drogę potrzebną do wykonania potrzebnego przejazdu (odpowiada za to zmienna *i*).

Warto zauważyć, że oprócz zwiększenia drogi, parametr *i* odpowiada też za kolor, w jakim świeci nasz Ozobot. Pozwala to na łatwe sprawdzenie przez użytkownika, czy nasz działający robocik przechodzi przez planszę poprawnie, gdyż na niej użyto dokładnie tych samych kolorów (za to zadanie odpowiadają, widoczne po prawej stronie, na Rysunku 6., instrukcje warunkowe *if … do … else if …*).



Rysunek 6: Fragment kodu odpowiedzialny za zmianę kolorów Ozobota, w zależności od tego, którą w kolejności figurę objeżdżamy

Cały kod programu można podejrzeć, a następnie załadować do Ozobota, włączając w przeglądarce internetowej stronę *ozoblockly.com/editor#fdg3gp* lub skanując kod widoczny powyżej.